

# ***Il “laboratorio didattico” base di un insegnamento-apprendimento di una “matematica umana”***

## **Aspetti storici, epistemologici del laboratorio come ambiente di apprendimento**

L'**idea di laboratorio** ha radici profonde e lontane da Comenius (sec. XVII) a Pestalozzi (inizio 800), a Dewey, Decroily, Montessori, Freinet, per giungere a L. Lombardo Radice, alla E. Castelnuovo e alla “classe cooperativa” del MCE (nel xx sec.). Tuttavia ancor oggi essa stenta ad affermarsi concretamente nella pratica didattica della istituzione scolastica in tutti i suoi gradi.

Pur essendo diventato in questi ultimi anni un termine di moda dentro e fuori della scuola tale parola la si usa nei più diversi contesti e situazioni, alle volte anche a sproposito. Nella scuola la si interpreta e traduce nei modi più disparati e talvolta contraddittori. Non di rado si è perso, equivocato o banalizzato il senso ed il ruolo originario del termine.

La pratica del **laboratorio didattico** assume *la corporeità come strumento e la complessità come valore*; condizione e risultato che sostengono e convalidano tutte le altre modalità e dimensioni della persona (percettiva, emotiva, relazionale, operativa, elaborativa, creativa, ...). Didatticamente è occasione di riconoscimento dell'interessa del soggetto, della globalità del conoscere e dell'apprendere attraverso l'interazione fra emozione e ragione, affettività e cognitività, soggettività e socialità, cioè unità ologrammatica dell'approccio del soggetto alla realtà (occhio, orecchio, mano, cervello, cuore). È connessione e interazione fra uso degli attrezzi materiali, corporei e tecnici, e formazione di quelli descrittivi e metaforici, simbolico linguistici e cognitivi.

Il laboratorio è insieme *ufficio, officina, fucina e atelier*, dove il soggetto apprende in un fare attivo (osserva, congettura, progetta, predispone, prova, adegua, produce, argomenta e a suo modo crea). Il fare corrisponde a bisogni, a curiosità, a domande e ad interrogativi. L'azione è finalizzata ad una conoscenza, ad un apprendimento/prodotto. Si esplica in un'attività di azione che si fa ricerca, un rimodellamento costante del proprio sentire, intervenire ed essere, cioè dei personali teoremi in atto. Proceduralmente richiama il “*metodo naturale*”, cioè l'agire per “*tentativi ed errori*”, dove l'errore diventa segno ed indicatore decisivo nella scelta e nel procedere operativo: selettivo, riorganizzativo e cognitivo.

Nella scuola fare laboratorio comporta “funzionare in gruppo” anche quando si opera singolarmente. Questo implica acquisire la capacità di porsi in relazione non solo con gli strumenti ma con i coetanei, di confrontarsi su ipotesi, modelli esplicativi, percorsi e strategie. Richiede la negoziazione di significati, il saper ascoltare e convincere attraverso l'*argomentazione* e la messa in pratica, puntando il più possibile alla *validazione*. Esige la ricerca/costruzione insieme di una connessione fra linguaggio, struttura e significato. Comporta il concorrere nella costruzione del prodotto operativo/materiale e formale/simbolico in base a ruoli diversi e a competenze specifiche ma richiede norme comuni e responsabilità concorrenti, funzionando come “mente collettiva”. Implica la condivisione di esperienze e porta alla maturazione di conoscenze e capacità.

Operare secondo una *metodologia laboratoriale* significa condividere la consegna e l'obiettivo, comprendere l'opportunità della messa in comune di competenze diverse, negoziare insieme le regole, ripartire consegne e responsabilità individualizzate, collaborare per un obiettivo e prodotti comuni. È necessariamente un luogo di relazioni positive, di costruzione di fiducia di base, una occasione di autostima e conoscenza di sé. Si sostanzia nel confronto condiviso delle proprie modalità di funzionamento, di elaborazione, di comprensione delle rispettive attitudini e potenzialità. Rappresenta dunque una occasione di valutazione e *autovalutazione*, un modello di educazione fattuale alla *socialità* e alla solidarietà.

L'attività laboratoriale valorizza le competenze docenti originali, consente di mettere produttivamente insieme soggetti discenti diversi per competenze, livelli ed età, favorisce l'apertura di attività d'interclasse

sia orizzontali che verticali (non solo di recupero ma anche di eccellenza), richiede una modalità e progettualità flessibili dell'intervento educativo, garantendo attraverso la diversificazione di proposte e obiettivi di offrire analoghe opportunità formative per tutti.

Fare laboratorio a scuola richiede un'empatia docente verso la proposta, una disposizione flessibile degli spazi, una scelta oculata degli strumenti mediatori, un privilegiare la qualità dell'apprendimento piuttosto che la quantità del sapere, una rivisitazione delle conoscenze reciproche in un costante processo di socializzazione.

La metodologia laboratoriale risulta essere una modalità essenziale nell'apprendimento della matematica se si vuol uscire dalle secche di un insegnamento puramente astratto e formale che demotiva e allontana i giovani da questa disciplina, quale linguaggio sempre più basilare nella società contemporanea.

Sul **terreno della ricerca** già dalla metà degli anni 60 il MCE a livello di Scuola Elementare attraverso il gruppo di ricerca sul campo coordinato da Lydia Tornatore e negli anni 70 l'esperienza di Emma Castelnuovo nella Scuola Media avevano evidenziato e delineato pratiche di laboratorio operativo nell'apprendimento della matematica. Più recentemente nel 2001 una commissione dell'UMI (*Unione Matematici Italiani*) aveva messo in evidenza nella stesura del curriculum "**La matematica per il cittadino**" che "*La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambe sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato fin dai primi anni della scuola primaria*".

Nel nucleo "*Spazio e figure*" del curriculum si evidenziava che "*Dal punto di vista metodologico, quindi, risultano particolarmente adatte quelle attività di laboratorio che permettono agli allievi non solo di eseguire ma anche di progettare, costruire e manipolare con materiali diversi, discutere, argomentare, fare ipotesi, sperimentare e controllare la validità delle ipotesi formulate. In questo modo, le definizioni, le idee e i concetti geometrici saranno raggiunti dopo l'attività laboratoriale in contesti di apprendimento. È determinante un equilibrio tra fasi operative e graduali sistemazioni teoriche, che favoriscano nei ragazzi il passaggio da evidenze visive ad argomentazioni via via più rigorose*".

In *Matematica 2003*, sempre dell'UMI, l'idea di laboratorio viene ulteriormente precisata: "*L'ambiente di laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti*".

Dunque l'impostazione teorico-metodologica del **curricolo di Matematica** dell'UMI, indicato nel 2001 per la Scuola Primaria e Secondaria di Primo Grado e nel 2003 per la Scuola Secondaria di Secondo Grado, assegnano un ruolo fondamentale al **laboratorio** nell'attività di insegnamento-apprendimento<sup>1</sup>.

**Il curriculum "La matematica per il cittadino"**, elaborato dalla Commissione dell'UMI e che sta base del progetto ministeriale [mat@bel](http://mat@bel), segna una svolta nell'impostazione dell'insegnamento-apprendimento della matematica. In esso si precisa che le attività didattiche devono sviluppare la capacità di produrre ipotesi in modo argomentato (con l'uso di strumenti matematici appropriati), facendo riferimento all'esperienza e alle informazioni quantitative disponibili. La verifica delle ipotesi prodotte dovrà utilizzare adeguati mezzi linguistici e matematici e verrà condotta con metodi diversi (fino alla costruzione di collegamenti di tipo deduttivo tra "premesse" certe e "conseguenze" ricavabili da esse e al confronto tra "modelli" e "realtà"). (...) la costruzione di tali competenze prepara il terreno allo sviluppo del pensiero teorico in matematica, che sarà pienamente raggiunto nella scuola secondaria superiore (dimostrazione matematica, calcolo algebrico, modelli matematici).

In generale, le attività didattiche dovranno essere caratterizzate metodologicamente dalla pratica

---

<sup>1</sup>Cfr., Curriculum UMI, *La matematica per il cittadino*, 2001-2003-2004.

<http://umi.dm.unibo.it/italiano/Didattica/didattica.html>

della verbalizzazione, dalla produzione e dalla verifica di ipotesi argomentate e dal ruolo di mediazione dell'insegnante in tutte le fasi dell'attività. L'insegnante eserciterà il suo ruolo di mediatore sia in modo diretto, attraverso l'introduzione degli strumenti matematici necessari in relazione alle diverse situazioni didattiche, sia in modo indiretto, utilizzando le produzioni individuali degli alunni (da confrontare e discutere in classe) e attraverso la valorizzazione dei contributi degli alunni durante la discussione in classe e il lavoro di gruppo. Indica che è consigliabile sviluppare attività nell'ambito di progetti didattici di medio-lungo periodo.

Il significato dei segni matematici è analizzabile a due livelli: quello diretto dei segni e quello del discorso in cui tali segni entrano. Il primo significato riguarda principalmente le definizioni dei concetti, il secondo le relazioni tra questi. La matematica è costituita da enunciati in cui sono coinvolti continuamente i due aspetti.

Comprendere la matematica significa possedere queste due funzioni del discorso.

Con riferimento alla doppia modalità introdotta sopra, i nuclei essenziali su cui costruire le competenze matematiche del giovane proseguono quelli già individuati per il primo ciclo. Pertanto quattro sono i **nuclei tematici** del curriculum che vengono proposti alla scuola dell'obbligo:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- <i>Numero (e algoritmi);</i></li><li>- <i>Spazio e figure;</i></li><li>- <i>Relazioni (e funzioni);</i></li><li>- <i>Dati e Previsioni.</i></li></ul> |
|---|

Rispetto ai nuclei proposti per il ciclo della Scuola Primaria, sono stati aggiunti alcuni temi particolarmente significativi: “*algoritmi*” e “*funzioni*”, che pure in forma intuitiva trovavamo posto già negli anni precedenti. L'insegnante dovrà cercare di svilupparli unitamente agli altri argomenti in modo coordinato, cogliendo ogni occasione di collegamenti interni e con altre discipline.

Vi sono anche tre **nuclei trasversali**, centrati sui processi mentali degli allievi, che continuano anch'essi il percorso iniziato fin dalla Scuola Primaria, con l'aggiunta della parola “*dimostrare*”, attività chiave della matematica matura:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- <i>Argomentare, congetturare (e dimostrare);</i></li><li>- <i>Misurare;</i></li><li>- <i>Risolvere e porsi problemi.</i></li></ul> |
|--|

Il primo, che in realtà è un nucleo misto, contiene anche alcuni contenuti di tipo logico e caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive e dai livelli operativi a forme di pensiero più avanzate (rigorose e sistematiche), in particolare alla “*dimostrazione*”, cuore del pensiero matematico stesso.

Il secondo consente un approccio corporeo, esperienziale e teorico alle grandezze, in collegamento con le scienze, per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati.

Il terzo offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi, per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza e per giungere all'uso di modelli matematici in contesti vari.

La proposta è completata da una riflessione sul *Laboratorio di matematica* e da alcune *Indicazioni metodologiche*. Va osservato che il *Laboratorio* non costituisce né un nucleo di contenuto né uno di processo, ma si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate sull'uso di strumenti, tecnologici e non, e finalizzate alla costruzione di significati matematici. Il laboratorio di matematica non vuole essere un luogo fisico diverso dalla classe, ma piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio,

quindi, coinvolge persone, strutture, idee<sup>2</sup>.

L'articolazione del curriculum proposto dall'UMI corrisponde alla scansione che successivamente è stata assunta dal D.L. n.59, dd.19.02.2004.

Sul **piano normativo** la proposta di laboratorio scientifico e di attività sperimentale viene introdotta nella scuola di base per la prima volta dai programmi del 1979 (Scuola Media) e del 1985 (Scuola Primaria).

La proposta che “*qualsiasi insegnamento si può svolgere in maniera laboratoriale*”, specie se di recupero (LARSA), è esplicitata con l'elaborato, rimasto però testo ufficioso, delle *Raccomandazioni* riferite alle *Indicazioni Naz. per i P.S.P.* (Piani di Studio personalizzati) del 2004. Nelle *Raccomandazioni* infatti si legge che il laboratorio è inteso come “*luogo privilegiato in cui si realizza una situazione d'apprendimento che coniuga conoscenze e abilità specifiche su compiti unitari e significativi per gli alunni, possibilmente in una dimensione operativa e progettuale che li metta in condizione di dovere e poter mobilitare l'intero sapere esplicito e tacito di cui dispongono*”.

Nella strutturazione dei nuclei tematici delle *Indicazioni Nazionali per i P.S.P.* è evidente un qualche influsso della proposta dell'UMI anche se, come s'è detto, se ne smarrisce il senso più profondo in assenza del testo delle *Raccomandazioni*.

#### **Articolazione tematica nelle Indicazioni Nazionali del 2004**

- *Il numero*
- *Le relazioni* (solo in 3° Media)
- *Geometria*
- *La misura*
- *Dati e previsioni*
- *Introduzione al pensiero razionale*
- *Aspetti storici connessi alla matematica* (solo in 4° e 5° Elementare, 1° e 2° Media)

Solo con le *Indicazioni per il Curriculum* del 2007 nella descrizione dell'ambiente di apprendimento viene normativamente richiamato in modo esplicito l'impegno dell'istituzione scolastica per il Primo Ciclo d'Istruzione a “*Realizzare percorsi in forma di laboratorio, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio è una modalità di lavoro che incoraggia la sperimentazione e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare-realizzare-valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con gli altri, e che può essere attivata sia all'interno sia all'esterno della scuola, valorizzando il territorio come risorsa per l'apprendimento*”. Tale dettato normativo è coerente con l'intero capitolo relativo al tema dell'*ambiente d'apprendimento* che richiede di valorizzare l'esperienza e le conoscenze degli alunni, di attuare adeguati interventi nei riguardi delle diversità, di favorire l'esplorazione e la scoperta, di incoraggiare l'apprendimento collaborativi, di promuovere la consapevolezza del proprio modo di apprendere.

Con le *Indicazioni Nazionali* del 2007 si dà effettiva traduzione al disposto del D.P.R. 275/1999 sulla “*Natura e gli scopi dell'autonomia delle istituzioni scolastiche*” e sul loro potere e responsabilità di “*Autonomia di ricerca, sperimentazione e sviluppo*”. È implicito, infatti, che una programmazione curricolare che parte dall'autonomia elaborativa del Collegio docenti tramite le sue articolazioni di elaborazione e verifica verticale (dipartimenti disciplinari) e orizzontale (integrazione d'interclasse pluridisciplinare) non può esaurirsi in un'attività trasmissiva ma si vivifica attraverso una pratica di insegnamento-apprendimento che richiede un atteggiamento di lettura-ricerca-azione e, quindi, si traduce in tentativi prima e via via nell'estensione ed approfondimento di una didattica laboratoriale che unica può ambire a costruire *competenze* e non solo a dare contenuti, conoscenze e abilità.

Nello specifico dell'area matematico-scientifico-tecnologica si afferma che “*Tutte le discipline dell'area hanno come elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico (aula, o altro spazio specificatamente attrezzato) sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula proprie ipotesi e ne*

<sup>2</sup> Cfr., Documenti disponibili in <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Didattica/didattica.html>.

*controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati interindividuali, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. In tutte le discipline dell'area, inclusa la matematica, avrà cura di ricorrere ad attività pratiche e sperimentali e a osservazioni sul campo, con un carattere non episodico e inserendole in percorsi di conoscenza.”*

<b>Anno</b>	<b>Documento</b>	<b>Livello scolastico</b>	<b>Organizzazione</b>
1979	D.M. 9.02.1979 <i>Programmi per la Scuola Media</i>	Scuola Media	Contenuti
1985	D.P.R. n. 104/1985 – <i>Programmi didattici per la Scuola Primaria</i>	Scuola Primaria	Obiettivi
1985	<i>Piano nazionale per l'Informatica (PNI)</i>	Sperim. Scuola Sup.	Contenuti
1991	D.M. 3.06.1991 – <i>Orientamenti dell'attività educativa nelle Scuole Materne Statali</i>	Scuola dell'Infanzia	Campi di esperienza
2001/3-4	Protocolli d'intesa con il MIUR <i>Curricolo U.M.I.</i>	Tutti gli ordini di scuola (matematica)	Conoscenze e abilità <i>(il laboratorio)</i>
2004	D.L.n.59/2004 (art.1 legge 28.03.2003, n.53) Definizione delle norme generali <i>(Indicazioni Naz. per i P.S.P.)</i>	Scuola di base (Infanzia e Primo Ciclo d'Istruzione)	Conoscenze e abilità <i>(il LARSA)</i>
2007	MPI - Settembre 2007 <i>Indicazioni per il Curricolo</i>	Scuola di base	Obiettivi e competenze <i>(Il laboratorio)</i>

La elaborazione dell'UMI del curricolo “*La matematica per il cittadino*”, come già i *Programmi didattici per la Scuola Primaria* dell'85, fra l'altro ha il pregio di essersi fatta carico di affrontare il problema metodologico e didattico relativo all'insegnamento/apprendimento, fornendo un ampio corredo di proposte esemplificative. Essa ha avuto un primo limitato effetto sulle *Indicazioni* del 2004 mentre, come già segnalato, ha trovato una esplicita ricaduta sul piano degli indirizzi di quelle del 2007. Tale elaborazione curricolare inoltre è stata poi assunta dal Ministero dell'Istruzione rispetto alle scelte teorico-metodologiche-organizzative come modello per la formazione nazionale degli insegnanti con il *Progetto m@t.abel* (Documento del 4.04.2006)<sup>3</sup> e con il *Piano ISS (Insegnare Scienze Sperimentali)*<sup>4</sup>.

## ***Le “Indicazioni per il Curricolo” per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione***

Nonostante si possa cogliere una notevole consonanza fra la proposta dell'UMI e le *Indicazioni per il Curricolo* del 2007 non mancano tuttavia le diversità.

Intanto mentre il curricolo dell'UMI presenta le “*conoscenze*” e le “*abilità*” distinte per classe (prima, primo biennio e secondo biennio elementare, prima/seconda e terza classe media), nelle *Indicazioni* vengono delineati gli “*Obiettivi di apprendimento*” da raggiungere al termine della terza, della quinta classe elementare e della terza media nonché i “*Traguardi per lo sviluppo delle competenze*” al termine della Scuola Primaria e della Secondaria di Primo Grado.

<sup>3</sup> Cfr., *Progetto m@t.abel Matematica. Apprendimenti di base con e-learning*.  
<http://www.siscas.net/matabel/index.html>

<sup>4</sup> Cfr., Il *Piano ISS* così come descritto nel documento di base e nei relativi allegati (Decreto istitutivo del 4.08.2006 sottoscritto dal Ministro dell'Università e della Ricerca, dal Ministro della Pubblica Istruzione, dal Ministro per le riforme e le innovazioni nella Pubblica Amministrazione e dal Ministro per i Beni e le Attività Culturali): <http://www.pubblica.istruzione.it/argomenti/gst/index.shtml>

<i>I nuclei tematici relativi agli <b>obiettivi d'apprendimento</b> nelle "Indicazioni per il curriculum"</i>	
<b>Scuola Primaria</b>	<b>Scuola Sec. di Primo Grado</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Numeri</li> <li>- Spazio e figure</li> <li>- Relazioni, misure, dati e previsioni</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Numeri</li> <li>- Spazio e figure</li> <li>- Relazioni e funzioni</li> <li>- Misure, dati e previsioni</li> </ul>

Nella traduzione specifica delle *Indicazioni per il Curriculum* l'ambito delle **conoscenze** ed in parte delle **abilità** viene sintetizzato negli **obiettivi d'apprendimento**, mentre nei traguardi per lo sviluppo delle **competenze** possiamo ritrovare alcune **abilità** intrecciate con i tre **nuclei trasversali** del curriculum UMI (*argomentare, congetturare, dimostrare; misurare; risolvere e porsi problemi*) che riguardano più l'aspetto applicativo in contesti pratici e l'introduzione al pensiero razionale del linguaggio matematico.

Le *Indicazioni* del 2007, delineato il quadro generale introduttivo (*Cultura, Scuola, Persona*), e precisato il nesso d'area fra matematica, scienza e tecnologia corredato con brevi appunti d'inquadramento operativo, si limita a una sintesi propedeutica sul ruolo formativo specifico della matematica. Quindi definisce i traguardi di competenza ed i conseguenti obiettivi d'apprendimento lasciando alla scuola dell'autonomia rispetto alla sua identità e nelle sue articolazioni progettuali la responsabilità della programmazione curricolare, delle scelte metodologico organizzative e della gestione didattica.

In tale contesto culturale e pedagogico si evince con la necessità di una metodologia laboratoriale il superamento della centralità del libro di testo (espressione di una rigidità di contenuti e modelli nonché di unidirezionalità della relazione educativa), la valorizzazione della professionalità dell'insegnante non più ancorata a dettami nazionali predeterminati. Ma proprio in questo salto di responsabilità professionale del docente scaturisce storicamente la necessità di disporre in libertà di utili riferimenti metodologici e didattici. Questo a supporto di un insegnamento-apprendimento che sia proteso ad una pratica di ricerca-azione non improvvisata e isolata. In tal senso oltre alla memoria di ogni scuola e all'esperienza dei singoli docenti appare necessario lo sviluppo dell'associazionismo professionale e di giovevole apporto il curriculum "*La matematica per il cittadino*" con la sua annessa documentazione didattica.

Le scelte teorico-metodologiche del *Curricolo della commissione UMI* e l'esperienza più che cinquantennale della "pedagogia Freinet" in Italia e quella ventennale maturata dal *Gruppo del MCE "Materiali e tecniche di Cooperazione educativa"* con l'annessa specifica proposta di una attività laboratoriale di "**matematica operativa**" costituiscono la base del modello di formazione e della proposta didattica che si intende perseguire nel concorrere ad un atteggiamento di azione didattica attiva nel quadro indicato dal DPR 275/99 e dalle *Indicazioni per la costruzione del Curriculum* nella scuola di un'autonomia funzionale al successo formativo.

*Rinaldo Rizzi*

**Indicazioni bibliografiche**

a supporto della proposta di formazione/aggiornamento nell'ambito della "matematica di base":

- U.M.I., *La matematica per il cittadino - Matematica 2001* -, Lucca, Liceo Scientifico Statale "A. Vallisneri", 2003, (materiale reperibile nel sito [www.dmunibo.it/~umi](http://www.dmunibo.it/~umi) e/o [www.liceo-vallisneri.lu.it](http://www.liceo-vallisneri.lu.it))
- A.M. Benini, A. Orlandoni, (a cura), *Matematica (Ricerche sul curricolo e innovazione didattica)*, Napoli, Tecnodid Editrice, 2007.
- Gérard Vergnaud, *Il bambino, la matematica, la realtà*, (1981), Roma. Armando Editore, 1994.
- AA.VV., *La Matematica dalla scuola materna alla maturità*, (1995), Bologna, Pitagora Ed., 1999.
- F. Arzarello, O. Robutti, *Matematica*, Brescia, La Scuola Editrice, 2002.
- B. D'Amore, R. Marazzani, *Laboratorio di matematica nella scuola primaria*, Bologna, Pitagora Editrice, 2005.

Per ulteriori approfondimenti vedasi:

- AA.VV., *Didattica metacognitiva della matematica*, Gardolo (TN), Edizioni Erickson, 2006.
- G. Lakoff, R.E. Nunez, *Da dove viene la matematica*, (2000), Torino, Bollati Boringhieri, 2005.
- A. Contardi, B. Piochi, *Le difficoltà nell'apprendimento della matematica*, Gardolo (TN), Edizioni Erickson, 2002.
- Sheila Tobias, *Come vincere la paura della matematica*, (1978), Milano, TEA, 1993.
- Hans Freudenthal, *Ripensando l'educazione matematica*, (1991), Brescia, Editrice La Scuola, 1994
- B. D'Amore, P. Oliva, *Numeri (Teoria, storia, curiosità, giochi e didattica nel mondo dei numeri)*, Miulano, Franco Angeli, 1994.
- P. Brandi, A. Salvatori, *Modelli matematici elementari*, Milano, Bruno Mondatori, 2004.
- Maria Bertolini Bussi, *Numeri: conoscenze e competenze*, Bergamo, Junior, 2000.
- Daniela Lucangeli, *Il farsi e disfarsi del numero*, Roma, Edizioni Borla, 2007.
- .....

Per un inquadramento della esperienza e proposta di una "didattica operativa" per la matematica di base:

- Rinaldo Rizzi, *La cooperazione nell'educazione (Una pratica fatta di materiali e di solidarietà)*, Bari, Ed. Fratelli Laterza, 1991.
- M. Miani, R. Rizzi, *Matematica operativa*, (2 volumi), Bergamo, Edizioni Junior, 2005.
- R. Rizzi, *Costruire e trasformare (Un percorso di matematica operativa)*, in "Cooperazione Educativa", n.1°, 2007.
- Mario Miani, *Come un valore aggiunto (esperienze di matematica operativa)*, in "Cooperazione Educativa", n.4°, 2007.
- "Cooperazione Educativa", n. 3°, 2008, fascicolo monografico sulla didattica della matematica.
- R. Rizzi, *Matematica operativa: perché, cos'è, com'è*, in "Ricerche Pedagogiche", Parma, n. 167, 2008.
- M.G. Bartolini, M. Maschietto, *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, MI, Sprinter, 2006.
- .....

Per una riflessione pedagogica più generale sul significato del "fare scuola" oggi:

- Francesco Antinucci, *La scuola si è rotta*, Bari, laterza, 2001.
- Edgar Morin, *La testa ben fatta (Riforma dell'insegnamento e riforma del pensiero)*, (1999), Milano, Raffaello Cortina Editore, 2000.
- Alessandro Baricco, *I barbari (Saggio sulla mutazione)*, Milano, Feltrinelli, 2006.
- Daniel Pennac, *Diario di Scuola*, (2007), Milano, Feltrinelli Editore, 2008.
- Vittorio Andreoli, *Lettera a un insegnante*, Milano, Rizzoli, 2006.
- Don Dilani - Scuola di Barbiana, *Lettera a una professoressa*, (1967), Firenze, Libreria Ed.ce Fiorentina, 2007.
- Antonio Pigliaru, *Per un primo giorno di scuola (Lettera a una professoressa)*, Sassari, Iniz. Culturali, 2002.
- .....